

Parcial de Lógica

Lógica y Computabilidad

Primer cuatrimestre 2020

El parcial tiene una duración de cuatro horas. Se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clases prácticas y teóricas. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, deben enunciar explícitamente el resultado. Todas sus respuestas deben estar justificadas.

Ejercicio 1. Sea $\Gamma \subseteq FORM$ un conjunto satisfacible de fórmulas de la lógica proposicional.

- (a) Probar que si existe una única valuación que satisface a Γ entonces $\Gamma \models \alpha$ o $\Gamma \models \neg\alpha$ para toda fórmula proposicional α .
- (b) Si $\Gamma \models \alpha$ o $\Gamma \models \neg\alpha$ para toda fórmula α , ¿es cierto que existe una única valuación que satisface a Γ ?

Ejercicio 2. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con igualdad y un símbolo de función binaria d . Consideremos la \mathcal{L} -estructura $I = (\mathbb{R}, d_I)$, donde la interpretación del símbolo d es la función distancia usual: $d_I(r, s) = |r - s|$.

- (a) Probar que 0 es distinguible.
- (b) Probar que los siguientes conjuntos son definibles

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \neq y \text{ y } z \text{ es el promedio de } x \text{ e } y\}$$

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \neq y \text{ y } z \text{ es la mitad de la distancia entre } x \text{ e } y\}$$

Ejercicio 3. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con igualdad, con un símbolo de constante 0 y un símbolo de función unaria f . Dada una \mathcal{L} -estructura \mathcal{M} , decimos que f tiene *soporte finito* en \mathcal{M} si el conjunto $\text{Supp}(f_{\mathcal{M}}) = \{x : f_{\mathcal{M}}(x) \neq 0_{\mathcal{M}}\}$ es finito. Demuestre que no existe una sentencia φ tal que para toda estructura \mathcal{M} , $\mathcal{M} \models \varphi$ si y solo si f tiene soporte finito en \mathcal{M} .